«Οι Ενήλικοι Μαθητές στο Σχολείο Δεύτερης Ευκαιρίας προτείνουν Μαθηματικά Προβλήματα της Καθημερινότητάς τους, τα οποία επιλύονται μέσα στην τάξη με τη χρήση των ΤΠΕ»

Σάββας Πιπίνος[1], Γιάννης Σάββας[2]

[1] Μαθηματικός, Σχολείο Δεύτερης Ευκαιρίας Ρόδου
spipinos@yahoo.gr
[2] Φυσικός, Σχολείο Δεύτερης Ευκαιρίας Ρόδου
ysavvas@gmail.com

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Σκοπός των Σ.Δ.Ε. είναι η συνολική ανάπτυξη των εκπαιδευόμενων και η πληρέστερη συμμετοχή τους στο οικονομικό, κοινωνικό και πολιτισμικό γίγνεσθαι. Τα βασικά χαρακτηριστικά του προγράμματος αυτού είναι ότι προσαρμόζεται στις εκπαιδευτικές ανάγκες, προσδοκίες και δεξιότητες κάθε εκπαιδευομένου, τα κίνητρα και τους μελλοντικούς του στόχους.

Ιδιαίτερα, είναι σημαντικό για τους ενήλικες μαθητές να αναπτύξουν και να ενισχύσουν τις δεξιότητές τους στα μαθηματικά, όπως επίσης και για τους εκπαιδευτικούς, αφενός μεν να προσδιορίσουν τις καταλληλότερες μεθόδους και αφετέρου να δημιουργήσουν τις εφαρμογές που θα βοηθήσουν την ανάπτυξη δεξιοτήτων των ενηλίκων εκπαιδευόμενων.

Επειδή είναι ελάχιστα τα εμπειρικά στοιχεία που είναι διαθέσιμα για την ικανότητα των ενηλίκων να επιλύουν μαθηματικά προβλήματα, η μελέτη αυτή κινείται στην κατεύθυνση διερεύνησης της δυνατότητας εφαρμογής νέων εκπαιδευτικών μεθόδων που να στηρίζονται στις αρχές της εκπαίδευσης ενηλίκων. Κυρίαρχη έννοια στην εκπαιδευτική αυτή διαδικασία είναι η έννοια του γραμματισμού (literacy) και των πολυ-γραμματισμών (multi-literacy).

Στην προσπάθεια λοιπόν να κεντρίσουμε το ενδιαφέρον των εκπαιδευόμενων μας στο ΣΔΕ Ρόδου ζητήσαμε από αυτούς να μας φέρουν κάποια προβλήματα μέσα από την καθημερινότητά τους που τους απασχολούσαν. Δύο από αυτά, μαθηματικής και γεωμετρικής φύσεως, επιλύθηκαν μέσα στην αίθουσα διδασκαλίας, αλλά και στο εργαστήριο πληροφορικής του σχολείου, χρησιμοποιώντας τις Νέες Τεχνολογίες με τη μέθοδο ομάδων εργασίας. Στο παρόν παρουσιάζουμε τις δύο αυτές δραστηριότητες, αναλύοντας ταυτόχρονα τη μέθοδο που ακολουθήθηκε με έμφαση στη χρήση των ΤΠΕ, καθώς και τα μαθησιακά οφέλη που παρατηρήσαμε, ακολουθώντας πάντα τις αρχές της δια βίου μάθησης.

Κατά την ανάπτυξη των δραστηριοτήτων γίνεται ακριβής αναφορά ως προς τις συγκεκριμένες φάσεις που ακολουθούνται κάθε φορά και είναι *σύμφωνες με το θεωρητικό πλαίσιο. Αυτές είναι οι εξής: Τοποθετημένη Πρακτική, Ανοικτή Διδασκαλία, Κριτική Πλαισίωση και Μετασχηματισμένη Πρακτική.*

ΛΕΞΕΙΣ ΚΛΕΙΔΙΑ: *Μαθηματικός γραμματισμός, σχολεία δεύτερης ευκαιρίας, δια βίου μάθηση*

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Στην παρούσα εργασία περιγράφουμε την πορεία διδασκαλίας δύο δραστηριοτήτων που έγιναν στο Σχολείο Δεύτερης Ευκαιρίας της Ρόδου, οι οποίες χρησιμοποιούν τα μαθηματικά για να επιλύσουν προβλήματα με πραγματικό υπόβαθρο, προβλήματα που απασχολούσαν τους ίδιους τους εκπαιδευόμενους. Υπάρχουν αναφορές στα σημεία όπου οι εκπαιδευόμενοι και οι εκπαιδευτές χρησιμοποιούν τις ΤΠΕ, στο σχεδιασμό των δραστηριοτήτων, στο θεωρητικό πλαίσιο που βασιστήκαμε, στα αποτελέσματα και τις προτάσεις επίλυσης των ομάδων των μαθητών, καθώς και στα σχόλια αυτών που έγιναν μετά από κάθε δραστηριότητα. Κύρια μέριμνά μας καθ' όλες τις φάσεις, από το σχεδιασμό έως την τελική διεκπεραίωση των δραστηριοτήτων, ήταν να είμαστε όσο το δυνατόν προσκολλημένοι στις αρχές της δια βίου μάθησης.

Υπάρχει σωρεία δημοσιεύσεων πάνω σε ζητήματα εκπαίδευσης ενηλίκων σε σχέση με τα μαθηματικά. Εντούτοις, τόσο στη χώρα μας όσο και σε άλλες ευρωπαϊκές χώρες, όπως για παράδειγμα στη Γερμανία, είναι ελάχιστα τα εμπειρικά στοιχεία που είναι διαθέσιμα για τη ικανότητα των ενηλίκων να επιλύουν μαθηματικά προβλήματα (Ehmke et al, 2005). «Μέχρι σήμερα, όπως φαίνεται από τον περιορισμένο αριθμό των δημοσιευμάτων, δεν πραγματοποιήθηκαν αρκετές έρευνες στο πλαίσιο της Διδακτικής των Μαθηματικών οι οποίες να αφορούν τη μάθηση των μαθηματικών από τους ενήλικες» (Λεμονίδης, 2006). Ευτυχώς όμως, «μετά από δεκαετίες παραμέλησης, ο γραμματισμός, η μάθηση και η διδασκαλία των μαθηματικών σε ενήλικες επιτέλους τείνουν να αναγνωριστούν ως άξια σοβαρής έρευνας» (Coben, 2004). Επιπλέον οι μαθηματικές δραστηριότητες δεν είναι κλειστές διαδικασίες που αφορούν μόνο τα μαθηματικά, αλλά ολιστικές εκπαιδευτικές διαδικασίες, που εμπλέκουν τους ενήλικες εκπαιδευόμενους σε ερευνητικές και βιωματικές δραστηριότητες (Καλαβάσης & Σταθοπούλου, 2000).

Μερικοί μόνο στόχοι του αριθμητικού γραμματισμού (numeracy) στα ΣΔΕ σχετικοί και με τις συγκεκριμένες δύο δραστηριότητες, είναι οι εκπαιδευόμενοι «να ανταποκρίνονται στις καθημερινές πρακτικές μαθηματικές τους ανάγκες (υπολογισμοί, μετρήσεις, επίλυση προβλημάτων)», «να αναπτύσσουν βασικές μαθηματικές ικανότητες επικοινωνίας, αιτιολόγησης και κριτικής σκέψης», «να διαβλέπουν τις γενικές αρχές πίσω από τα επιμέρους φαινόμενα», «να χρησιμοποιούν τις μαθηματικές γνώσεις και τεχνικές σε διαθεματικές δραστηριότητες», και «να αποκωδικοποιούν τα δεδομένα και να προσδιορίζουν ένα πρόβλημα, όταν παρουσιάζεται μέσα στα πλαίσια της καθημερινότητας» (Λεμονίδης, 2006).

Ο ΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ ΣΤΑ ΣΔΕ

Η ΕΕ στα πλαίσια υλοποίησης των στρατηγικών στόχων όπως τέθηκαν με τη Λευκή Βίβλο 1995 αλλά και τη Συνθήκη της Λισσαβόνας 2000 προωθεί ένα πακέτο στόχων μεταξύ των οποίων πρωταρχική σημασία δίνεται στη δια βίου μάθηση. Σημαντικό κομμάτι της προσπάθειας αυτής αποτελούν τα Σχολεία Δεύτερης Ευκαιρίας (ΣΔΕ, 2nd Chance Schools). Τα ΣΔΕ, που υποδέχονται πολίτες από 18 ετών και πάνω, οι οποίοι δεν έχουν ολοκληρώσει την υποχρεωτική κατώτερη βαθμίδα της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης, έγινε θεσμός και στην Ελλάδα με τον νόμο 2525/1997.

Στα σύγχρονα αναλυτικά προγράμματα, προτάσσονται οι έννοιες του γραμματισμού και η καλλιέργεια μεταγνωστικών δεξιοτήτων είτε άμεσα είτε έμμεσα (Ματσαγγούρας, 2006). Το περιεχόμενο των σπουδών στα ΣΔΕ συνδιαμορφώνεται από τους εκπαιδευτικούς που υπηρετούν σε κάθε σχολείο χωριστά πάνω στη βάση ενός κοινού πλαισίου (Γραικός 2009), που προσδιορίζεται από προδιαγραφές σπουδών, όπως αυτές ορίζονται από το ΥΠΔΒΜΘ και ιδιαίτερα της Γραμματείας ΔΒΜ και του ΙΔΕΚΕ. Τα βασικά χαρακτηριστικά του προγράμματος είναι ότι προσαρμόζεται στις εκπαιδευτικές ανάγκες, προσδοκίες και δεξιότητες κάθε εκπαιδευομένου, τα κίνητρα και τους μελλοντικούς του στόχους. Απόρροια των παραπάνω αποτελεί η υιοθέτηση ως κυρίαρχης της έννοιας του **γραμματισμού (literacy)** και των **πολυ-γραμματισμών (multi-literacy).** Σύμφωνα με την ΟΥΝΕΣΚΟ ο ορισμός της έννοιας του Γραμματισμού περιλαμβάνει «μια συνεχόμενη εκπαίδευση στη διευκόλυνση των ατόμων να επιτύχουν τους στόχους τους, να αναπτύξουν τη γνώση και τις δυνατότητές τους και να συμμετέχουν πλήρως στο ευρύτερο κοινωνικό γίγνεσθαι» (UNESCO).

Οι δεξιότητες στα μαθηματικά είναι προαπαιτούμενες για όσους ενήλικες σκοπεύουν να συνεχίσουν την εκπαίδευσή τους είτε στο λύκειο, είτε στη μεταδευτεροβάθμια εκπαίδευση, είτε απλά στα διάφορα προγράμματα κατάρτισης και να έχουν έτσι σημαντικά οφέλη στην απασχόληση και τη σταδιοδρομία τους. Είναι δε αποδεδειγμένο πως σε πολλούς τομείς προτιμούνται και απασχολούνται άτομα με ευχέρεια και ικανότητα επίλυσης προβλημάτων μαθηματικής φύσεως. Άλλωστε αυτός είναι ο λόγος που τα συστήματα εκπαίδευσης ενηλίκων των ΗΠΑ και πολλών Ευρωπαϊκών χωρών δίνουν ιδιαίτερη έμφαση στην ενίσχυση των δεξιοτήτων στα μαθηματικά (OVAE).

ΜΕΘΟΔΟΣ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ

Διδακτικός Στόχος

Ο στόχος αυτής της μελέτης είναι να προταθούν τρόποι επίλυσης μαθηματικών προβλημάτων με τη χρήση των ΤΠΕ σε ένα δείγμα ενήλικων μαθητών και έτσι να καταδειχθεί η δυνατότητα εφαρμογής τέτοιων διδακτικών μεθόδων στον Αριθμητικό Γραμματισμό.

Μέσα και υλικά που χρησιμοποιήθηκαν

Αίθουσα τεχνολογιών και πληροφορικής του ΣΔΕ, πρόγραμμα δυναμικής γεωμετρίας Geometer's Sketchpad, projector, υπολογιστές, χαρτί μιλιμετρέ, μοιρογνωμόνιο, γνώμονας, κομπιουτεράκι.

Η πορεία και η μεθοδολογία

Ομοδοσυνεργατική μέθοδος με καθοδήγηση από τον εκπαιδευτικό.

Θεωρητικό Πλαίσιο

Τα παρακάτω βήματα καθορίζουν το θεωρητικό πλαίσιο, μέσα στο οποίο κινείται η μελέτη αυτή και είναι σύμφωνα με το γενικότερο πλαίσιο αρχών της δια βίου μάθησης.

Η επιλογή των μεθόδων διδασκαλίας γίνεται αποσκοπώντας στην εξασφάλιση αφενός της ενεργούς συμμετοχής των εκπαιδευομένων και αφετέρου της εξωτερίκευσης πρότερων γνώσεων και ακολουθεί σύμφωνα με τους Cope και Kalantzis (2000) τις παρακάτω φάσεις:

1. τοποθετημένη πρακτική (Situated Practice)
2. ανοιχτή διδασκαλία (Overt Instruction)
3. κριτική πλαισίωση (Critical Framing)
4. μετασχηματισμένη πρακτική (Transformed Practice)

1. Τοποθετημένη Πρακτική

Η φάση αυτή αναφέρεται στην προσπάθεια διερεύνησης κατά τη διδασκαλία με στοιχεία που έχουν σχέση με την εμπειρία των εκπαιδευόμενων, δηλαδή με βιώματα από την καθημερινή τους ζωή, τον εργασιακό τους ή τον ιδιαίτερο κοινωνικό τους χώρο.

2. Ανοιχτή Διδασκαλία

Είναι μια αναλυτική και συστηματική κατανόηση των στοιχείων με τα οποία έρχονται σε επαφή οι μαθητές, δηλαδή η εξήγηση από μέρους του εκπαιδευτή και η συνειδητοποίηση από μέρους του εκπαιδευόμενου της λειτουργίας ορισμένων ή και όλων των στοιχείων που υπεισέρχονται σε ένα μαθηματικό πρόβλημα από αυτά που έρχονται οι μαθητές σε επαφή, κατά τη φάση της Τοποθετημένης Πρακτικής.

3. Κριτική Πλαισίωση

Αφορά την καλλιέργειας κριτικών και μεταγνωστικών μαθηματικών δεξιοτήτων. Είναι η ερμηνεία και κριτική θεώρηση από τους εκπαιδευόμενους στο πλαίσιο μέσα στο οποίο ανήκει το πρόβλημα με το οποίο έρχονται οι μαθητές σε επαφή. Στη φάση αυτή γίνονται συσχετισμοί, συγκρίσεις και δίνονται στοιχεία χρήσιμα για την κριτική θεώρηση.

4. Μετασχηματισμένη Πρακτική

Αποτελεί ουσιαστικά τη μεταφορά του προβλήματος και των πρακτικών επίλυσής του σε άλλα κοινωνικά, επικοινωνιακά ή πολιτισμικά πλαίσια. Πρόκειται, σε τελευταία ανάλυση, για την προσπάθεια εκπαιδευόμενων και εκπαιδευτών να εφαρμοσθούν όσα αποτέλεσαν αντικείμενο επεξεργασίας κατά τη διάρκεια της διδασκαλίας.

Στα πλαίσια αυτής της εκπαιδευτικής μεθόδου καταβάλλεται προσπάθεια ώστε:

- Να γίνεται σταδιακή εξοικείωση των εκπαιδευομένων με την έννοια ενός μαθηματικού προβλήματος, ο καθένας σύμφωνα με τις προσωπικές του δυνατότητες.
- Να δίδεται έμφαση στην απόκτηση από τους εκπαιδευόμενους δεξιοτήτων γραμματισμού.
- Η εκπαιδευτική διαδικασία να διεξάγεται σε ένα σωστά οργανωμένο περιβάλλον.
- Να υιοθετούνται κατά τη διδασκαλία πρακτικές επικοινωνίας
- Οι εκπαιδευόμενοι να εξοικειωθούν με τους νέους τρόπους επίλυσης μαθηματικών προβλημάτων της καθημερινότητάς τους.
- Να είναι σε θέση να εφαρμόζουν στην καθημερινότητά τους μεθόδους επίλυσης προβλημάτων μαθηματικής φύσεως.

Στην ακολουθούμενη εκπαιδευτική διαδικασία πρέπει να δίδεται έμφαση στην παρατήρηση, ταξινόμηση, πρόβλεψη, μέτρηση, παρουσίαση των δεδομένων και διατύπωση αποτελεσμάτων. Επιπλέον στη σύγκριση, αναπαράσταση, αναλογιστική έκθεση δεδομένων, επίλυση καταστάσεων, επινόηση και σχεδιασμό μιας νέας κατάστασης και μεταγνωστική χρήση των αποτελεσμάτων (Γραικός, 2009).

Προαπαιτούμενα των Δραστηριοτήτων και Προεργασίες

Στην προσπάθεια να κεντρίσουμε το ενδιαφέρον των εκπαιδευόμενων μας στο ΣΔΕ Ρόδου ζητήσαμε από αυτούς να μας φέρουν κάποια προβλήματα που τους απασχολούσαν, μέσα από την καθημερινότητά τους. Τα προβλήματα που έφεραν οι μαθητές της Β τάξης του σχολείου μας ήταν μαθηματικής και γεωμετρικής φύσεως. Αυτό σημαίνει ότι είχαν από το προηγούμενο έτος εξοικειωθεί με τις απαιτούμενες για τις δύο αυτές δραστηριότητες γνώσεις. Από ότι και ο αναγνώστης θα διαπιστώσει παρακάτω, οι γνώσεις αυτές είναι:

- Η έννοια της επιφάνειας
- Τύποι εμβαδών βασικών σχημάτων
- Επίλυση απλής εξίσωσης 1ου βαθμού

- Εξοικείωση με τα γεωμετρικά όργανα χάρακας, γνώμονας και μοιρογνωμόνιο
- Κλίμακα

Έγινε βέβαια μια προεργασία προτού αποφασίσουμε να προχωρήσουμε με την επίλυση των προβλημάτων σε πραγματικό επίπεδο τάξης. Συζητήσαμε με τεχνικές λεπτομέρειες για να βρούμε τις περισσότερο εύκολες και όσο το δυνατόν ευκολονόητες μαθηματικές και γεωμετρικές λύσεις, λαμβάνοντας σοβαρά υπόψη το επίπεδο των ενήλικων μαθητών μας σε αυτούς τους τομείς. Έπειτα, δεδομένου ότι οι μαθητές του Β Κύκλου είναι πλέον συνηθισμένοι στη χρήση των ΤΠΕ από την καθημερινή διδασκαλία, καταλήξαμε και σε πλάνο χρήσης τους για τις διαπραγματευόμενες δραστηριότητες. Όσον αφορά στην διδακτική μέθοδο αυτή καθαυτή μπορούμε να πούμε ότι προσεγγίζει τη μέθοδο με ομάδες εργασίας και αρκετή συζήτηση μεταξύ των μαθητών αλλά και του καθοδηγητή δασκάλου.

Να σημειώσουμε ότι το λογισμικό που χρησιμοποιήθηκε για τις γεωμετρικές εξομοιώσεις είναι η εγκεκριμένη από το Υπουργείο Παιδείας ελληνική έκδοση του The Geometer's Sketchpad (Οδηγός Χρήσης, 2000). Είναι το ίδιο λογισμικό που χρησιμοποιείται συχνά στην αίθουσα διδασκαλίας στο σχολείο μας για το γραμματισμό με γεωμετρικά σχήματα με τη βοήθεια laptop και προτζέκτορα.

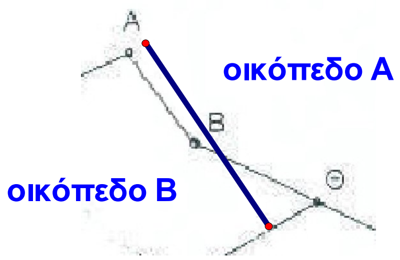
Ακόμα, αμέσως πριν από κάθε τμήμα της δραστηριότητας, επισημαίνεται με τίτλο η συγκεκριμένη φάση από αυτές που αναλύσαμε παραπάνω στο θεωρητικό πλαίσιο.

Πρόβλημα Εξομάλυνσης Συνόρου Οικοπέδων ή «Που πρέπει να μπει η γραμμή;»

Διάρκεια: 2 διδακτικές ώρες

Τοποθετημένη Πρακτική

Το πρώτο πρόβλημα το έφερε ο μαθητής Τσαμπίκος, ο οποίος ασχολείται με κτηματομεσιτικά. Μάλιστα, ο ίδιος επισήμανε ότι «το συγκεκριμένο πρόβλημα με απασχολούσε και ήθελα να το λύσω για λογαριασμό των πελατών μου. Ξέρω ότι υπάρχει λύση, ότι γίνεται, και θα ήθελα να μου δείξετε πώς».



Σχήμα 1: *Που θα πρέπει να μπει η γραμμή ώστε η ανταλλαγή εμβαδών να εξομαλύνει το σύνορο;*

Δύο όμορα οικόπεδα έχουν «άσχημο» σύνορο. Όπως φαίνεται και στο Σχήμα 1, υπάρχει μια τριγωνική σφήνα που χαλάει την όποια μελλοντική κάτοψη μιας οικοδομής. Οι δύο ιδιοκτήτες επιθυμούν να ανταλλάξουν ίση ποσότητα σε γη, ώστε να ομαλυνθεί το σύνορό τους. Συγκεκριμένα, το ερώτημα που μας τέθηκε είναι πού ακριβώς θα πρέπει να φέρουμε μια ευθεία γραμμή παράλληλη του υπάρχοντος συνόρου, ώστε τα εμβαδά που θα ανταλλαχθούν να είναι ίσα.

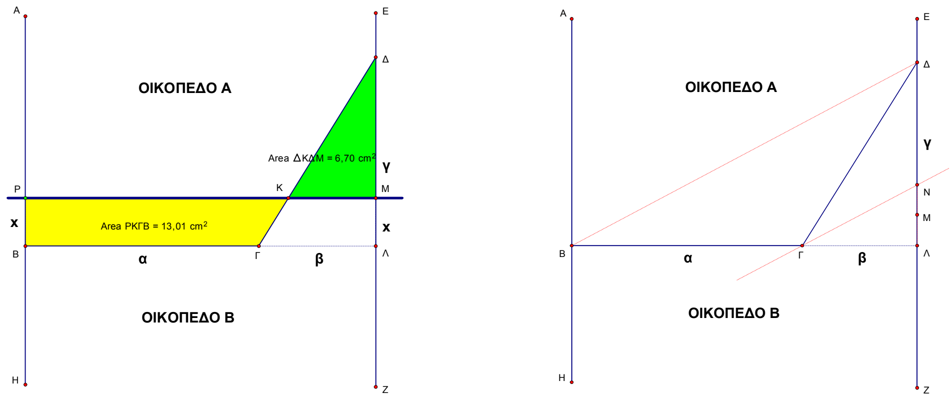
Στη φάση αυτή οι μαθητές χωρίσθηκαν σε έξι ομάδες των τριών ατόμων και τους ζητήθηκε να προτείνουν τρόπους επίλυσης μετά από συζήτηση μεταξύ τους, βάσει των προηγούμενων γνώσεών τους. Εν συντομία, αναφέρουμε ότι πρότειναν τους τύπους εμβαδού τριγώνου και τραπεζίου και «να δοκιμάσουμε σε διάφορες θέσεις αυτά τα εμβαδά να δούμε αν είναι ίσα».

Ανοιχτή Διδασκαλία

Εξομοιώσαμε το αρχιτεκτονικό σχέδιο στο Geometer's Sketchpad (Σχήμα 2). (Δεν χρειάστηκε το σχέδιό μας στο λογισμικό να είναι σε απόλυτη συμφωνία κλίμακας με το αρχιτεκτονικό σχέδιο, αφού εδώ δεν είναι αυτό το ζητούμενο). Οι ομάδες των μαθητών έκαναν το ίδιο σε χαρτί μιλιμετρέ με τη βοήθεια του κανόνα και του γνώμονα. Ταυτόχρονα, η κάθε ομάδα είχε στη διάθεσή της ένα υπολογιστή με τη συγκεκριμένη εφαρμογή. Από το κινούμενο σημείο P οι εκπαιδευόμενοι έφεραν τη ζητούμενη ευθεία στο λογισμικό σε τυχαίες θέσεις και με τη βοήθεια της επιλογής *μέτρηση εμβαδού* το πρόγραμμα μέτρησε τα εμβαδά $\mathrm{PK\Gamma B}$ και $\mathrm{K\Delta M}$ (Σχήμα 2). Το λογισμικό αυτό λειτουργεί με δυναμικό γεωμετρικό περιβάλλον. Αυτό σημαίνει ότι μεταβάλλοντας τη θέση του σημείου P, η κάθε ομάδα παρακολούθησε τη μεταβολή σε αυτά τα εμβαδά. Έτσι, διαπίστωσαν, τουλάχιστον εμπειρικά, ότι πράγματι υπάρχει μια τέτοια ευθεία. Φυσικά, έμενε το πιο ενδιαφέρον ίσως τώρα μέρος της δραστηριότητας, δηλαδή να βρούμε με κάποιον τρόπο την επακριβώς θέση της ευθείας ώστε να μπορεί η μέθοδος επίλυσης να εφαρμοστεί σε οποιοδήποτε άλλο παρόμοιο σχέδιο.

Κριτική Πλαισίωση

Ζητήθηκε από τους μαθητές να πουν τι σχήμα είναι το $\mathrm{PM\Lambda B}$ και ποιος τύπος δίνει το εμβαδόν του. Το ίδιο και για το σχήμα $\mathrm{\Gamma\Delta\Lambda}$. Στη συνέχεια παρουσιάστηκε η κεντρική ιδέα: Τα εμβαδά $\mathrm{PK\Gamma B}$ και $\mathrm{K\Delta M}$ είναι ίσα αν και μόνον αν τα εμβαδά $\mathrm{PM\Lambda B}$ και $\mathrm{\Gamma\Delta\Lambda}$ είναι ίσα! Προέκυψε συζήτηση γιατί συμβαίνει αυτό. Σε όλους άρεσε πολύ αυτή η ιδέα, αφού απλουστεύει πολύ τους τύπους εμβαδού που θα χρησιμοποιηθούν (το $\mathrm{PK\Gamma B}$ είναι τραπέζιο, ενώ το $\mathrm{PM\Lambda B}$ είναι απλά ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο).



Σχήμα 2: *Με το δυναμικό περιβάλλον του Sketchpad επιβεβαιώνεται πρακτικά η ύπαρξη λύσης και εξομοιώνεται η γεωμετρική κατασκευή αυτής*

Η μαθηματική έκφραση που εκπληρεί την παραπάνω συνθήκη είναι η $(\alpha+\beta)\cdot x=\frac{1}{2}\beta\gamma$. Αυτή ευτυχώς είναι μια απλή εξίσωση 1ου βαθμού. (Εδώ πρέπει να επισημάνουμε ότι αν δεν είχαμε βάλει σε εφαρμογή την προαναφερθείσα κεντρική ιδέα, τότε ίσως χάναμε το παιχνίδι με τους μαθητές μας από την πρώτη κιόλας στιγμή! Διότι, η συνθήκη $(\mathrm{Ρ K Γ B})=(\mathrm{K Δ M})$ είναι πολύ πιο δύσκολη στον αλγεβρικό χειρισμό της. Οι ενήλικοι εκπαιδευόμενοι ενδεχομένως να δυσανασχετούσαν και εν τέλει να απογοητεύονταν). Αν οι μαθητές δυσκολεύονται να επιλύσουν εξισώσεις με γράμματα, μπορεί να γίνει εφαρμογή με συγκεκριμένες τιμές όπως αυτές υπάρχουν στο σχέδιο.

Με αυτόν τον τρόπο η θέση x της ευθείας δίνεται αλγεβρικά. Μπορούμε όμως να δώσουμε και καθαρά γεωμετρική κατασκευή της θέσης αυτής: Από το σημείο Δ του σχεδίου, φέρνουμε το τμήμα $\Delta\mathrm{B}$ και στη συνέχεια από το σημείο Γ φέρουμε ευθεία παράλληλη του τμήματος $\Delta\mathrm{B}$ που τέμνει την EZ στο N. Τότε, το μέσο του $\mathrm{N}\Lambda$, δηλαδή το σημείο M δίνει τη θέση της ευθείας του προβλήματος. Πράγματι, τα τρίγωνα $\mathrm{B}\Delta\Lambda$ και $\Gamma\mathrm{N}\Lambda$ θα είναι όμοια, οπότε προκύπτει η αναλογία $\frac{2x}{\beta}=\frac{\gamma}{\alpha+\beta}$, που είναι ισοδύναμη της αλγεβρικής μας συνθήκης! (Σχήμα 2)

Μετασχηματισμένη Πρακτική

Έτσι, οι μαθητές έχουν και δεύτερο τρόπο στα χέρια τους, χωρίς νούμερα, που μπορεί να εφαρμοστεί άμεσα με απλό γνώμονα στο αρχιτεκτονικό σχέδιο. Ακόμα, μπορούν να εκτιμήσουν το ότι τα Μαθηματικά και η Γεωμετρία είναι άρρηκτα συνδεδεμένα, όπως όλες άλλωστε οι επιστήμες μεταξύ τους (Τουμάσης, 1999).

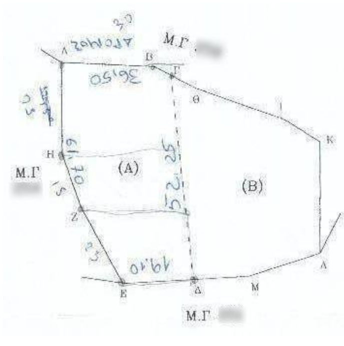
Σχόλια των μαθητών για τη δραστηριότητα αυτή: Ο Δημήτρης ορίζει ότι «η γεωμετρία είναι ο κλάδος των μαθηματικών που ασχολείται με τη σύνθεση του χώρου στον οποίον ζούμε». Ο Τσαμπίκος αναφέρει, «η ώρα των μαθηματικών είναι πολύ ωφέλιμη, λύνουμε πολλές απορίες που έχουμε και βιώνουμε καθημερινά, όπως για παράδειγμα το δικό μου πρόβλημα που είχα στο κτήμα μου με το γείτονα». Η Μιχαλίτσα ισχυρίζεται ότι «μπορούμε σε παρόμοιους προβληματισμούς μοιρασιών άνισων οικοπέδων να υπολογίζουμε και να μοιράζουμε σε ίσα μέρη τα εμβαδά τους». Ο Λευτέρης διαπιστώνει ότι «με τον Η/Υ χάνουμε τη δυνατότητα να γυμνάσουμε τη σκέψη μας. Το πρόβλημα αυτό μας βοηθάει για να βλέπουμε όσο πιο απλά γίνεται τα προβλήματα». Η Κλεονίκη κάνει σύγκριση μεταξύ του αλγεβρικού τρόπου και του γεωμετρικού τρόπου και λέει, «στην αρχή [με την άλγεβρα] μου φάνηκε περίπλοκο, στη συνέχεια με τις διακεκομμένες [με τη γεωμετρία] μου άρεσε πάρα πολύ και το κατάλαβα».

Πρόβλημα Μέτρησης Εμβαδού ή «Πόσα στρέμματα είναι το οικόπεδό μου;»

Διάρκεια: 3 διδακτικές ώρες

Τοποθετημένη Πρακτική

Σε αυτό το δεύτερο πρόβλημα ο μαθητής Στέλιος αναρωτήθηκε κατά πόσο συμφωνεί το σχέδιο του οικοπέδου του, που το έφτιαξε τοπογράφος μηχανικός, με την πραγματικότητα, δηλαδή με τα πραγματικά τετραγωνικά μέτρα της συνολικής επιφάνειας, καθώς και με τα πραγματικά μήκη των συνόρων του (Σχήμα 3). Για το σκοπό αυτό, περπάτησε ο ίδιος με μεζούρα την περίμετρο του οικοπέδου του με οδηγούς τους πασσάλους που είχε βάλει ο τοπογράφος στο κτήμα! Στο σχολείο μας έφερε τις δικές του εκτιμήσεις του μήκους κάθε πλευράς και ήθελε να δούμε από το σχέδιο κατά πόσον τα δικά του νούμερα συμφωνούν με την κλίμακα. Ακόμα, μας ρώτησε πώς μπορούμε να μετρήσουμε το εμβαδόν του χωραφιού από το σχέδιο.



Σχήμα 3: *Το αρχιτεκτονικό σχέδιο με τις μετρήσεις του μαθητή*

Στο σημείο αυτό οι μαθητές χωρίσθηκαν σε έξι ομάδες των τριών ατόμων και τους ζητήθηκε να συζητήσουν μεταξύ τους και να προτείνουν τρόπους επίλυσης βάσει των προηγούμενων γνώσεών τους. Εν συντομία αναφέρουμε ότι η κύρια ιδέα τους ήταν να «χωρίσουμε το οικόπεδο σε τρία τραπέζια (Σχήμα

3) και ένα μικρό τρίγωνο και να χρησιμοποιήσουμε τους τύπους εμβαδού που ξέρουμε, έπειτα να τα προσθέσουμε».

Ανοιχτή Διδασκαλία

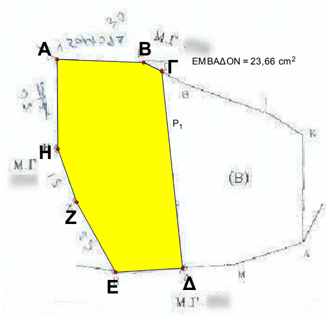
Η στρατηγική που ακολουθήσαμε ήταν η εξής: Καταρχάς, δόθηκε φωτοτυπία του σχεδίου στα μέλη των ομάδων. Οι μαθητές ήταν ήδη εξοικειωμένοι με πράξεις με κλίμακα από άλλες δραστηριότητες του ΣΔΕ (Μαθηματικός Γραμματισμός, 2006). Ανακαλύψανε ότι όλες οι μετρήσεις συμφωνούσαν με αυτές του σχεδίου, εκτός από την πλευρά AB.

Τότε ο Στέλιος ανέφερε ότι μάλλον είχε κάνει κάποιο λάθος ο ίδιος και αυτό είναι πολύ σημαντικό αφού με τη χρήση απλών μαθηματικών άλλαξε στάση ο μαθητής για κάτι που τον αφορούσε άμεσα με πραγματικά επακόλουθα με κοινωνικές προεκτάσεις (όπως να εμπιστεύεται τον μηχανικό του!).

Από δω και πέρα η βασική εύλογη απορία όλων των μαθητών ήταν με ποιους τρόπους μπορούμε να μετρήσουμε την επιφάνεια του ακανόνιστου αυτού σχήματος. Ήταν κάτι που πραγματικά ήθελαν να μάθουν. Εδώ ήρθαμε σε ένα δίλημμα: Ένας τρόπος είναι να χωριστεί το σχήμα σε τρίγωνα και να υπολογιστούν πλευρές και γωνίες (με νόμους ημίτονων και συνημίτονων) και έτσι και τα εμβαδά τους (με τύπους εμβαδού τριγώνου). Όμως αυτό θα ήταν αρκετά χρονοβόρο και λίγο ανούσιο – ακόμα και για άτομα εξοικειωμένα με τέτοιους τύπους – αν λάβουμε δε υπόψη το γνωστικό επίπεδο των μαθητών μας αλλά και τις επιταγές της δια βίου μάθησης, τότε ασφαλώς πρέπει να σκεφτούμε κάτι άλλο. Άλλος τρόπος θα ήταν να χωριστεί το σχήμα σε πιο εύκολα σχήματα, όπως ορθογώνια τρίγωνα και τραπέζια με δυο ορθές γωνίες, αλλά και αυτό αφενός μεν απαιτεί καλή γνώση του Πυθαγορείου Θεωρήματος, αφετέρου δε οι ορθές γωνίες θα ήταν περίπου ορθές, αλλά ακόμη και αυτή θα ήταν μια κλασική μέθοδος αντιμετώπισης. Γι' αυτό και αποφασίσαμε άλλη πορεία.

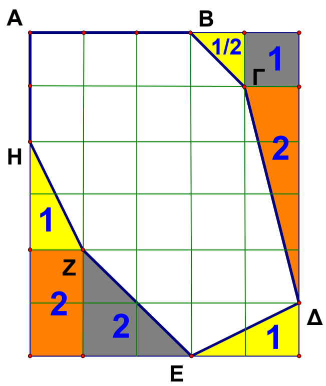
Κριτική Πλαισίωση

Οι εκπαιδευόμενοι μέτρησαν προσεκτικά την κάθε γωνία με μοιρογνωμόνιο και τις κατέγραψαν σε μοίρες. Η κάθε ομάδα είχε στη διάθεσή της ένα υπολογιστή όπου ο εκπαιδευτής έδινε οδηγίες για το πώς να χειριστούν τις απλές εντολές *κατασκευή τμήματος* και *περιστροφή κατά γωνία*. Έπειτα, χρησιμοποιώντας τις πληροφορίες τους και με τη σύγχρονη ενδεχόμενη βοήθεια από εμάς, η κάθε ομάδα εξομοίωσε το σχήμα απευθείας στο λογισμικό (Σχήμα 4). Έτσι είχαμε στη διάθεσή μας ένα ακριβές αντίγραφο του σχεδίου στο λογισμικό. Εναλλακτικά, χρησιμοποιώντας την εντολή *επικόλληση εικόνας* από το μενού του λογισμικού, απλούστατα τοποθετήσαμε τις κορυφές του οικοπέδου πάνω στην σκαναρισμένη εικόνα του απευθείας στο περιβάλλον του λογισμικού. Τώρα, όσον αφορά τον πρακτικό μας στόχο να μετρήσουμε την επιφάνεια του σχήματος, αυτό επιτεύχθηκε με το πάτημα της εντολής *μέτρηση επιφάνειας* του λογισμικού. Φυσικά, μετατράπηκε το αποτέλεσμα από cm^2 σε m^2 με τη βοήθεια της κλίμακας. Επιβεβαιώθηκε έτσι και το αληθές του αρχιτεκτονικού σχεδίου. (Να πούμε ότι διαπιστώθηκε και μια μικρή μεγέθυνση της σαρωμένης εικόνας σε σχέση με το σχέδιο. Οπότε επιστρατεύτηκε μια διόρθωση της τάξης του $\lambda = 1.25$, δηλαδή χρειάστηκε να διαιρέσουμε τη μέτρηση του εμβαδού που έκανε το λογισμικό με λ^2).



Σχήμα 4: *Το αρχιτεκτονικό σχέδιο με τις προσθήκες του Sketchpad*

Βέβαια, έλειπε η ικανοποίηση μιας θεωρητικής μέτρησης της επιφάνειας του σχήματος. Το 2007 είχε πραγματοποιηθεί μαθηματικός διαγωνισμός στη Ρόδο για μαθητές γυμνασίου (Πιπίνος, 2007) ένα από τα θέματα του οποίου ήταν και η μέτρηση εμβαδού μη κανονικού πολυγώνου με κορυφές με ακέραιες συντεταγμένες, μια πολύ χρήσιμη δεξιότητα. Αποφασίσαμε ότι αυτή θα ήταν μια τέλεια δραστηριότητα για τους ενήλικες μαθητές μας. (Να πούμε εδώ χάριν θεωρίας, ότι ένα τυχαίο πολύγωνο P μπορεί να προσεγγιστεί πολύ καλά από πολύγωνο με κορυφές με ρητές συντεταγμένες. Αν l είναι το ΕΚΠ των παρανομαστών όλων των ρητών αυτών, τότε μια μεγέθυνση επί l δίνει ένα νέο πολύγωνο P' με ακέραιες συντεταγμένες, όμοιο με το αρχικό. Αν E' είναι το εμβαδόν αυτού του P', τότε το εμβαδόν του P θα είναι $E = \frac{1}{l^2} \cdot E'$).



Σχήμα 5: *Υπολογίζοντας το εμβαδόν ακανόνιστου σχήματος περιβάλλοντάς το με ένα ορθογώνιο*

Δουλέψαμε ως εξής: Οι μαθητές αντέγραψαν στο μιλιμετρέ το σχήμα που έβλεπαν στον προτζέκτορα μέσω του λογισμικού, ένα πολύ εύκολο σχήμα $ΑΒΓΔΕΖΗ$ με κορυφές πάνω σε ακέραιες συντεταγμένες, που έμοιαζε μάλιστα με το οικόπεδο (Σχήμα 5). Στη συνέχεια, τους ζητήθηκε να «γεμίσουν» γύρω - γύρω το ακανόνιστο σχήμα με ένα μεγάλο ορθογώνιο παραλληλόγραμμο. Με καθοδήγηση, παρατήρησαν ότι τα γύρω σχήματα «σπάνε» σε πολύ εύκολα τρίγωνα και ορθογώνια, των οποίων τα εμβαδά υπολόγισαν άμεσα και σημείωσαν στο μιλιμετρέ. Με την μέθοδο αυτή (που γενικεύεται για μη ακέραιες συντεταγμένες) βρήκαν ότι για το εν λόγω σχήμα, $\left(ΑΒΓΔΕΖΗ\right) = 6\cdot 5 - 1 - 2 - 2 - 1 - 2 - 1 - \frac{1}{2} = 20,5$ τ.μ.

Αξίζει να σημειωθεί ότι 3 μαθητές πρότειναν από μόνοι τους τη μέθοδο της περικύκλωσης προτού καν ειπωθεί ή φανερωθεί σε αυτούς.

Μετασχηματισμένη Πρακτική

Έτσι, και σε αυτή την περίπτωση οι μαθητές έχουν μια δεύτερη μέθοδο, χρησιμοποιώντας μιλιμετρέ, που μπορεί να εφαρμοστεί άμεσα.

Εδώ οι εκπαιδευόμενοι εκτίμησαν το ότι τα Μαθηματικά προβλήματα μπορούν να επιλυθούν με παραπάνω από έναν τρόπο. Πράγματι, υπάρχει πληθώρα εφαρμοσμένων και θεωρητικών μεθοδολογιών στη σημερινή επιστήμη. Οι δυνατότητες εφαρμογής πέραν της μιας πρακτικών επίλυσής προβλημάτων οδηγεί ουσιαστικά τους εκπαιδευόμενους του σε αλλαγή θεώρησης και στάσης και σε άλλα πεδία της καθημερινότητάς τους, είτε αυτά είναι κοινωνικά, είτε επικοινωνιακά είτε πολιτισμικά.

Σχόλια των μαθητών για τη δραστηριότητα αυτή: Ο Στέλιος σχολίασε, «εφόσον οι γωνίες είναι εντάξει, δεν υπάρχει λόγος να είναι λάθος [το σχέδιο], άρα έκανα λάθος εγώ. Ή κάποιος μου μετέφερε τους πασσάλους». Ο Λευτέρης είπε, «μας δίδαξε πώς να μετράμε το ακριβές εμβαδόν ενός ακινήτου με εύκολο τρόπο, με τη χρήση και κλίμακας». Ο Γιώργος συμπέρανε, «βοηθάει η επιστήμη». Ο π. Γαβριήλ σχολίασε, «μου άρεσε ο τρόπος προβολής, δεν γνώριζα ότι υπάρχει αλλοίωση μιας εικόνας στο scanner». Η Σοφία παρατήρησε ότι «η κατανόηση του εμβαδού ακανόνιστου σχήματος γίνεται καλύτερα με χαρτί μιλιμετρέ , περιβάλλοντας εξωτερικά το ακανόνιστο σχήμα με ορθογώνιο».

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Παρατηρήθηκε ότι αρκετοί εκπαιδευόμενοι στο πρώτο πρόβλημα δεν πίστευαν ότι η θεώρηση της ευθείας σε κάποια απόσταση x θα οδηγούσε στη λύση. Επίσης στο δεύτερο πρόβλημα, αν και γνώριζαν τους τύπους εμβαδού απλών σχημάτων, δεν είχαν ξεκάθαρη άποψη για το πώς μπορούν να υπολογίσουν εμβαδά πολύπλοκων σχημάτων. Και στις δύο αυτές περιπτώσεις το λογισμικό συνέβαλλε καταλυτικά ώστε αυτοί να αλλάξουν στάση.

Στη φάση της ανοικτής διδασκαλίας αφιερώθηκε από τον εκπαιδευτή ικανοποιητικός χρόνος και έτσι όλοι οι εκπαιδευόμενοι κατανόησαν τα στοιχεία των προτεινόμενων τρόπων επίλυσης. Το γεγονός αυτό τους επέτρεψε να ασχοληθούν αποτελεσματικά με την επίλυση των προβλημάτων στη φάση της κριτικής πλαισίωσης.
Η επιτυχία της μεθόδου που παρουσιάσθηκε σ' αυτή τη μελέτη έγκειται στο γεγονός ότι οι εκπαιδευόμενοι αφενός μεν αύξησαν το βαθμό αυτοεκτίμησης των δυνατοτήτων τους και αφετέρου άλλαξαν στάση σε συγκεκριμένα μαθησιακά ζητήματα υποβοηθούμενοι από τις ΤΠΕ. Αυτό αποδεικνύεται τόσο από τα σχόλια τους, όσο και από την αξιολόγηση που ακολούθησε σε επόμενα μαθήματα, κατά την οποία μπόρεσαν να λύσουν μόνοι τους αντίστοιχα προβλήματα, μικρότερου βαθμού δυσκολίας.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Αντωνίου Ν., Δημητριάδης Π., Καμπούρης Κ., Παπαμιχάλης Κ., Παπατσίμπα Λ. (2006), *«Φυσική Β΄και Γ΄ Γυμνασίου»*, Βιβλία Καθηγητή, Π.Ι., ΥΠΕΠΘ, Αθήνα
2. Γραίκος Ν., *«Παραγωγή και Επεξεργασία Μαθηματικών Προβλημάτων1»,* διαθέσιμο στο http://users.sch.gr/ppiliour/papers/pdfs/GRAIKOS1.pdf
3. ΚΑΛΑΒΑΣΗΣ Χ & ΣΤΑΘΟΠΟΥΛΟΥ Χ, (2000), ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΚΟΥΛΤΟΥΡΕΣ: Η ΣΥΝΑΝΤΗΣΗ ΤΗΣ ΚΟΙΝΩΝΙΚΗΣ ΑΝΘΡΩΠΟΛΟΓΙΑΣ ΜΕ ΤΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ, *2Ο ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟ ΣΥΝΕΔΡΙΟ «ΟΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΕΣ ΤΗΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ ΚΑΙ ΤΗΣ ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΑΣ ΣΤΗΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ»*, ΠΑΤΡΑ, ΟΚΤΩΒΡΙΟΣ 2000
4. Λεμονίδης, Χ. (2006), *«Μαθηματικός Γραμματισμός»*, Αθήνα: Υ.Π.Δ.Β.Μ.Θ., Γ.Γ.Δ.Β.Μ., Ι.Δ.ΕΚ.Ε., 7-10
5. Μαθηματικός Γραμματισμός, (2006), Αθήνα: Υ.Π.Δ.Β.Μ.Θ., Γ.Γ.Δ.Β.Μ., Ι.Δ.ΕΚ.Ε., 58-60
6. Ματσαγγούρας Ηλ. (2000), *«Ομαδοσυνεργατική Διδασκαλία και Μάθηση»*, Αθήνα: Γρηγόρη
7. Οδηγός Χρήσης (2000), *«Σχολικό Εκπαιδευτικό Λογισμικό The Geometer's Sketchpad»*, Ελληνική Έκδοση 1, Key Curriculum Press
8. Πιπίνος, Σ. (2007), Μαθηματική Άνοιξη, *Περιοδικό «Το Φ», Τεύχος 4, Νοέμβριος 2007*, 173-181
9. Τουμάσης, Μ. (1999), *«Πώς να ενεργοποιήσουμε τα παιδιά στο μάθημα των μαθηματικών»*, Χαλκίδα: Κωστόγιαννος, 12-14
10. Coben, D. (2004), What is specific about research in adult numeracy and mathematics?, *10th International Congress on Mathematical Education*, διαθέσιμο στο www.icme-10.dk
11. Cope, B., & Kalantzis, M. (2000), *Multiliteracies: Literacy learning and the design of social futures*, London: Routledge, 33-35
12. Ehmke, T., Wild, E., Müller-Kalhoff, T. (2005), Comparing adult mathematical literacy with PISA students: results of a pilot study, *ZDM*

Journal, Volume 37, Number 3, Springer Berlin / Heidelberg , διαθέσιμο στο http://www.springerlink.com/content/f02r400r12733311/

13. OVAE, ADULT EDUCATION AND LITERACY, OFFICE OF VOCATIONAL AND ADULT EDUCATION (OVAE) ΔΙΑΘΕΣΙΜΟ ΣΤΟ HTTP://WWW2.ED.GOV/ABOUT/OFFICES/LIST/OVAE/PI/ADULTED/INDEX.HTML
14. UNESCO, Adult Education and Literacy Statistics Programme, Global Age-specific Literacy Projections Model (GALP) διαθέσιμο στο http://www.uis.unesco.org/TEMPLATE/pdf/Literacy/GALP.pdf