

Εργαστηριακή εισήγηση

«ΜΑΘΗΣΙΣ: Μία Ευφυής Διαδικτυακή Τάξη Άλγεβρας»

Δημήτριος Σκλαβάκης¹, Ιωάννης Ρεφανίδης²

¹ Μαθηματικός – Υποψήφιος Διδάκτωρ,
Τμήμα Εφαρμοσμένης Πληροφορικής Πανεπιστημίου Μακεδονίας
dsklavakis@uom.gr

² Επίκουρος Καθηγητής,
Τμήμα Εφαρμοσμένης Πληροφορικής Πανεπιστημίου Μακεδονίας
yrefanid@uom.gr

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η ευφυής τάξη ΜΑΘΗΣΙΣ είναι ένα ολοκληρωμένο διαδικτυακό περιβάλλον για την πρακτική εξάσκηση της ανάπτυξης και παραγοντοποίησης αλγεβρικών παραστάσεων. Παρέχει πλήρη υποστήριξη για τη διαχείριση όλων των συνηθισμένων ενεργειών που πραγματοποιούνται κατά την ανάθεση ασκήσεων προς επίλυση στους μαθητές: Εγγραφή καθηγητών και μαθητών στο σύστημα, δημιουργία και διαχείριση τάξεων και φυλλαδίων ασκήσεων, εξατομικευμένη ανάθεση ασκήσεων, ευφυής, βήμα προς βήμα, καθοδήγηση των μαθητών στην επίλυση των ασκήσεων, καταγραφή των βημάτων επίλυσης των μαθητών, στατιστικά επίδοσης και αξιολόγηση μαθητών.

Η ευφυΐα του συστήματος βρίσκεται στον βοηθό Άλγεβρας ΜΑΘΗΣΙΣ, ένα σύστημα τεχνητής νοημοσύνης που επιλύει το ίδιο και καθοδηγεί βήμα-βήμα τους μαθητές στην επίλυση ασκήσεων ανάπτυξης και παραγοντοποίησης αλγεβρικών παραστάσεων. Ο βοηθός καλύπτει ένα εύρος 16 ανώτερων μαθηματικών δεξιοτήτων: πολλαπλασιασμό, διαίρεση και δυνάμεις μονωνύμων, πολλαπλασιασμό μονωνύμων και μονωνύμου-πολυωνύμου, απαλοιφή παρενθέσεων, αναγωγή όμοιων όρων, ταυτότητες (τις 5 αξιοσημείωτες) και παραγοντοποίηση (κοινός παράγοντας, ομαδοποίηση, ταυτότητες, τριώνυμο). Αυτές οι δεξιότητες αναλύονται περαιτέρω σε πιο απλές δίνοντας έτσι ένα «βαθύ» μαθηματικό μοντέλο 104 δεξιοτήτων.

Δείτε παρουσίαση στη διεύθυνση
<http://users.uom.gr/~dsklavakis/gr/mathesis/hmathia2010/index.htm>

ΛΕΞΕΙΣ ΚΛΕΙΔΙΑ: Ευφυή συστήματα διδασκαλίας, διαδικτυακά, μαθηματικά

ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ ΤΗΣ ΔΙΑΔΙΚΤΥΑΚΗΣ ΤΑΞΗΣ «ΜΑΘΗΣΙΣ»

Το σύστημα ΜΑΘΗΣΙΣ είναι προσβάσιμο μέσω διαδικτύου. Η αρχική σελίδα επιτρέπει την εύκολη εγγραφή και είσοδο στο σύστημα. Κάθε χρήστης καθορίζει ένα όνομα χρήστη (Username) και κωδικό πρόσβασης (Password) που είναι μοναδικά. Οι χρήστες εγγράφονται είτε ως καθηγητές είτε ως μαθητές. Οι μαθητές οδηγούνται στον ευφυή βοηθό Άλγεβρας όπου καθοδηγούνται στην επίλυση των ασκήσεων που τους έχουν ανατεθεί, όπως περιγράφεται στην επόμενη ενότητα. Η σελίδα των καθηγητών (Σχήμα 1) παρέχει συνδέσμους για τις παρακάτω εργασίες:



Σχήμα 1: Το μενού επιλογών του Καθηγητή

- **Τμήματα:** Οι καθηγητές μπορούν να δημιουργούν τμήματα. Για κάθε τμήμα ο καθηγητής εισάγει το σχολείο, την τάξη και το όνομα του τμήματος. Οι μαθητές εγγράφονται σε ένα τμήμα με χρήση του ονόματος χρήστη που διαθέτουν (Username). Αυτό σημαίνει ότι οι μαθητές πρέπει να είναι ήδη εγγεγραμμένοι στο σύστημα. Οι μαθητές μπορούν επίσης να διαγραφούν από μια τάξη.
- **Φυλλάδια Ασκήσεων:** Το σύστημα παρέχει ένα επεξεργαστεί κείμενο για τη δημιουργία και επεξεργασία φυλλαδίων με ασκήσεις. Για κάθε φυλλάδιο ο καθηγητής εισάγει τον τύπο του σχολείου, την τάξη, το βιβλίο, την ενότητα και την παράγραφο στα οποία αντιστοιχούν οι περιεχόμενες ασκήσεις. Κάθε φυλλάδιο χαρακτηρίζεται ως δημόσιο ή προσωπικό. Τα δημόσια φυλλάδια μπορούν να χρησιμοποιηθούν (αλλά όχι να μεταβληθούν) από όλους τους εγγεγραμμένους καθηγητές, ενώ τα προσωπικά φυλλάδια μπορούν να χρησιμοποιηθούν και να μεταβληθούν μόνο από τους δημιουργούς τους. Τα φυλλάδια ασκήσεων χρησιμοποιούνται για την ανάθεση ασκήσεων στους μαθητές. Προς το παρόν, το σύστημα παρέχει πέντε (5) δημόσια φυλλάδια που περιέχουν ασκήσεις του σχολικού βιβλίου (Ο.Ε.Δ.Β.) της Γ' Γυμνασίου.
- **Ανάθεση Ασκήσεων:** Το σύστημα παρέχει εργαλεία για την εξατομικευμένη ανάθεση ασκήσεων στους μαθητές. Ο καθηγητής μπορεί να αναθέσει διαφορετικές ασκήσεις σε διαφορετικούς μαθητές, ανάλογα με την επίδοσή τους. Η διαδικασία ανάθεσης είναι απλή. Ο καθηγητής επιλέγει ένα τμήμα και τους μαθητές που επιθυμεί καθώς και ένα φυλλάδιο και τις ασκήσεις που επιθυμεί να αναθέσει. Με το πάτημα ενός κουμπιού, οι επιλεγμένες ασκήσεις ανατίθενται στους επιλεγμένους μαθητές. Το σύστημα επίσης καταγράφει την ημερομηνία ανάθεσης.



- **Αξιολόγηση Μαθητών:** Τα βήματα που ακολουθεί ένας μαθητής κατά την επίλυση μιας άσκησης καταγράφονται σε μία βάση δεδομένων. Επίσης το σύστημα κρατά στατιστικά στοιχεία για την σωστή ή μη εκτέλεση των πράξεων. Τόσο τα καταγεγραμμένα βήματα επίλυσης όσο και τα στατιστικά στοιχεία μπορούν να ανακληθούν και να εξετασθούν από τον καθηγητή όπως περιγράφεται στην επόμενη ενότητα.

Ο ΕΥΦΥΗΣ ΒΟΗΘΟΣ ΑΛΓΕΒΡΑΣ «ΜΑΘΗΣΙΣ»

Όπως έχει αναφερθεί, η ευφυΐα του συστήματος βρίσκεται στον ευφυή βοηθό Άλγεβρας «ΜΑΘΗΣΙΣ» (Sklavakis & Refanidis, 2008 & 2009) (Σχήμα 2). Η διεπαφή του μαθητή έχει τέσσερις βασικές περιοχές: την περιοχή μηνυμάτων (πάνω μέρος), την περιοχή αλγεβρικής παράστασης (κάτω αριστερά), την περιοχή απαντήσεων του μαθητή (δεξιά, πάνω μέρος) και την περιοχή εκτελούμενης πράξης (δεξιά, κάτω μέρος).

Σχήμα 2: Ο ευφυής βοηθός Άλγεβρας «ΜΑΘΗΣΙΣ»

Ο βοηθός είναι ένα ευφυές σύστημα ανίχνευσης μοντέλου. Αυτό σημαίνει ότι περιέχει όλη την απαραίτητη μαθηματική γνώση ώστε να επιλύει τις προς διδασκαλία ασκήσεις, βήμα-βήμα, και σε κάθε βήμα δέχεται την απάντηση του μαθητή, τη συγκρίνει με τη σωστή και δίνει την κατάλληλη καθοδήγηση στο μαθητή. Παράλληλα, ο βοηθός καταγράφει όλες τις απαντήσεις του μαθητή, ώστε μετέπειτα ο καθηγητής να μπορεί να εξετάσει πώς έλυσε ο μαθητής την άσκηση. Η όλη διαδικασία περιγράφεται παρακάτω χρησιμοποιώντας ως παράδειγμα την παραγοντοποίηση της παράστασης $2a^3 - 4a^2 + 6a^2b$:

Βήμα	Μηνύματα	Εκτελούμενη Πράξη	Περιοχή Απαντήσεων
1	2.1 Πράξη που εκτελείται: Παραγοντοποίηση με Κοινό Παράγοντα 2.2 Γράψε μέσα στα τετράγωνα που δεν έχουν εκθέτη, τους αριθμούς με το κατάλληλο πρόσημο 2.3 Γράψε μέσα στα τετράγωνα που έχουν εκθέτη, τις μεταβλητές με τον εκθέτη τους (ακόμη κι' αν είναι 1)	$2a^3 - 4a^2 + 6a^2b$	
2	(Ο μαθητής εισάγει μία λανθασμένη απάντηση. Ο βοηθός δίνει μήνυμα λάθους και ζητά ξανά την απάντηση)	$2a^3 - 4a^2 + 6a^2b$	$2a^1$
3	2.4 Η μεταβλητή a είναι κοινός παράγοντας, αλλά ο εκθέτης της δεν είναι σωστός. Πρέπει να γράψεις το μικρότερο από τους εκθέτες της 2.5 Δώσε ξανά τον κοινό παράγοντα	$2a^3 - 4a^2 + 6a^2b$	
4	(Ο μαθητής εισάγει τη σωστή Απάντηση. Ο βοηθός επιβεβαιώνει και συνεχίζει)	$2a^3 - 4a^2 + 6a^2b$	$2a^2$
5	2.6 Ο κοινός παράγοντας είναι σωστός 2.7 Γράψε το πηλίκο του 1ο όρου του αθροίσματος με τον κοινό παράγοντα 2.8 Γράψε μέσα στα τετράγωνα που έχουν εκθέτη, τις μεταβλητές με τον εκθέτη τους (ακόμη κι' αν είναι 1)	$2a^2 *$	$\frac{2a^3}{2a^2} = \square$
6	(Ο μαθητής εισάγει τη σωστή Απάντηση. Ο βοηθός επιβεβαιώνει και συνεχίζει)	$2a^2 *$	$\frac{2a^3}{2a^2} = a^1$
7	2.9 Το πηλίκο είναι σωστό 2.10 Γράψε το πηλίκο του 2ο όρου του αθροίσματος με τον κοινό παράγοντα 2.11 Γράψε μέσα στα τετράγωνα που δεν έχουν εκθέτη, τους αριθμούς με το κατάλληλο πρόσημο	$2a^2 * (a)$	$\frac{-4a^2}{2a^2} = \square$
8	(Ο μαθητής εισάγει τη σωστή Απάντηση. Ο βοηθός επιβεβαιώνει και συνεχίζει)	$2a^2 * (a)$	$\frac{-4a^2}{2a^2} = -2$

9	2.12 Το πηλίκο είναι σωστό 2.13 Γράψε το πηλίκο του 3ο όρου του αθροίσματος με τον κοινό παράγοντα 2.14 Γράψε μέσα στα τετράγωνα που δεν έχουν εκθέτη, τους αριθμούς με το κατάλληλο πρόσημο 2.15 Γράψε μέσα στα τετράγωνα που έχουν εκθέτη, τις μεταβλητές με τον εκθέτη τους (ακόμη κι' αν είναι 1)	$2a^2 * (a - 2)$	$\frac{6a^2b}{2a^2} = \square \square \square$
10	(Ο μαθητής εισάγει τη σωστή Απάντηση. Ο βοηθός επιβεβαιώνει και συνεχίζει)	$2a^2 * (a - 2)$	$\frac{6a^2b}{2a^2} = 3b^1$
11	2.16 Το πηλίκο είναι σωστό 2.17 Η παραγοντοποίηση είναι σωστή 2.18 Επιλέξτε ένα τμήμα της παράστασης και την πράξη που αντιστοιχεί σε αυτό	$2a^2 * (a - 2 + 3b)$	

Πίνακας 1: Βήμα προς βήμα καθοδήγηση για την παραγοντοποίηση της παράστασης $2a^3 - 4a^2 + 6a^2b$

Ο βοηθός καταγράφει και βαθμολογεί τα βήματα λύσης που εκτελεί ο μαθητής. Έτσι, είτε ο καθηγητής είτε ο ίδιος ο μαθητής μπορούν να ανακαλέσουν και να εξετάσουν τα βήματα της λύσης (Σχήμα 3) καθώς και στατιστική βαθμολογία για την επίδοση του μαθητή (Σχήμα 4). Επιπλέον, ο χρήστης μπορεί να επιλέξει κάποια από τις μαθηματικές δεξιότητες της λίστας στο Σχήμα 4, και να δει μία κατάσταση όπως αυτή του Σχήματος 3 που παρουσιάζει όλα τα βήματα σε όλες τις ασκήσεις για την επιλεγμένη δεξιότητα.

Από την παραπάνω περιγραφή του συστήματος, γίνεται φανερό ότι για την σωστή αξιοποίηση των δυνατοτήτων του απαιτείται επιμόρφωση των εκπαιδευτικών που θα το χρησιμοποιήσουν και συνεχής επαφή με τους δημιουργούς του. Στη δημιουργία μιας τέτοιας κοινότητας χρηστών του συστήματος αποσκοπεί το προτεινόμενο εργαστήριο (tutorial).

A/A	Δεξιότητα	Δεδομένα Δεξιότητας	Απάντηση	Σωστό
1	Αυτόματος μετασχηματισμός παράστασης έπειτα από σωστή απάντηση	$2a^3 - 4a^2 + 6a^2i$		1
2	Αναγνώριση ύπαρξης κοινού παράγοντα	$2a^3 - 4a^2 + 6a^2i$	common factor	1
3	Υπολογισμός κοινού παράγοντα	$2a^3 - 4a^2 + 6a^2i$	$2a^1$	-1
4	Υπολογισμός κοινού παράγοντα	$2a^3 - 4a^2 + 6a^2i$	$2a^2$	1
5	Υπολογισμός του ηλίκου ενός όρου αθροίσματος με τον κοινό παράγοντα	$2a^2 *$	$\frac{2a^3}{2a^2} = a$	1
6	Υπολογισμός του ηλίκου ενός όρου αθροίσματος με τον κοινό παράγοντα	$2a^2 * (a)$	$\frac{-4a^2}{2a^2} = -2$	1
7	Υπολογισμός του ηλίκου ενός όρου αθροίσματος με τον κοινό παράγοντα	$2a^2 * (a - 2)$	$\frac{6a^2b}{2a^2} = 3b$	1
8	Αυτόματος μετασχηματισμός παράστασης έπειτα από σωστή απάντηση	$2a^3 - 4a^2 + 6a^2b = 2a^2 * (a - 2 + 3b)$	$2a^2 * (a - 2 + 3b)$	1

Σχήμα 3: Εξέταση των βημάτων λύσης ενός μαθητή

Επιλέξτε μία Δεξιότητα
Πολλαπλασιασμός μονωνύμων: 185/199 = 92%
Πολλαπλασιασμός συντελεστών μονωνύμων: 232/242 = 95%
Πολλαπλασιασμός κυρίων μερών μονωνύμων: 229/229 = 100%
Πολλαπλασιασμός όλων των μεταβλητών δύο μονωνύμων: 229/241 = 95%
Πρόσθεση των εκθετών των κοινών μεταβλητών δύο μονωνύμων: 229/232 = 98%
Μεταβλητές χωρίς εκθέτη θεωρούνται με εκθέτη τη μονάδα: 325/330 = 98%
Εισαγωγή μεταβλητής που δεν υπάρχει στην πράξη: 419/419 = 100%
Διαίρεση μονωνύμων: 8/11 = 72%
Διαίρεση των συντελεστών των μονωνύμων: 101/102 = 99%
Διαίρεση των κυρίων μερών δύο μονωνύμων: 98/98 = 100%
Διαίρεση όλων των μεταβλητών των κυρίων μερών δύο μονωνύμων: 98/99 = 98%
Αφαίρεση των εκθετών των κοινών μεταβλητών: 98/99 = 98%
Υψωση μονωνύμου σε δύναμη: 93/99 = 93%
Υψωση του συντελεστή μονωνύμου σε δύναμη: 98/99 = 98%
Υψωση του κυρίου μέρους μονωνύμου σε δύναμη: 94/94 = 100%
Υψωση όλων των μεταβλητών μονωνύμου σε δύναμη: 94/98 = 95%
Πολλαπλασιασμός του εκθέτη μιας μεταβλητής με τον εκθέτη της δύναμης του μονωνύμου: 94/98 = 95%
Αναγνώριση πολλαπλασιασμού μονωνύμων: 121/128 = 94%
Αναγνώριση διαίρεσης μονωνύμων: 8/8 = 100%
Αναγνώριση δύναμης μονωνύμου: 95/95 = 100%
Όταν ένας αριθμός ή μία μεταβλητή έχει εκθέτη μηδέν (0), ισούται με 1 και αγνοείται σε γινόμενο: 98/98 = 100%
Αναγνώριση πολλαπλασιασμού μονωνύμου - πολυωνύμου: 25/32 = 78%
Διατήρηση του προσήμου ενός όρου μιας παρένθεσης όταν υπάρχει θετικό πρόσημο μπροστά της: 23/25 = 92%
Αλλαγή του προσήμου ενός όρου μιας παρένθεσης όταν υπάρχει αρνητικό πρόσημο μπροστά της: 18/18 = 100%
Αναγνώριση πολλαπλασιασμού πολυωνύμων: 8/8 = 100%
Αναγνώριση απαλοιφής παρενθέσεων: 17/21 = 80%
Αναγνώριση αναγωγής όμοιων όρων: 21/21 = 100%
Αναγνώριση όμοιων όρων: 32/32 = 100%
Για να είναι δύο όροι όμοιοι πρέπει να έχουν τις ίδιες μεταβλητές: 0/5 = 0%

Σχήμα 4: Εξέταση των στατιστικών επίδοσης ενός μαθητή

BIBLIOΓΡΑΦΙΑ

1. Sklavakis, D. & Refanidis, I. (2008), An Individualized Web-Based Algebra Tutor Based on Dynamic Deep Model Tracing, *Proceedings of the 5th Hellenic Conference on Artificial Intelligence (SETN '08)*, LNAI vol. 5138, 389-394, Springer, Berlin/Heidelberg.
2. Sklavakis, D. & Refanidis, I. (2009), The MATHESIS Algebra Tutor: Web-based Expert Tutoring via Deep Model Tracing, *Proceedings of the 14th International Conference on Artificial Intelligence (AIED '09)*, Artificial Intelligence in Education, V. Dimitrova et al. (Eds.), p. 795, IOS Press, Netherlands.